

第2讲 三角形的三条重要线段与多边形

一、 三条重要线段

1. 三角形的中线

三角形的中线

定义：在三角形中，连接一个顶点和它的对边中点的____，叫做这个三角形的中线。
一个三角形的三条中线交于一点，这个点叫做三角形的_____。

一条中线把三角形的面积_____。
三角形的三条中线将三角形分成_____的六个三角形

2. 三角形的高线

三角形的高线

定义：由三角形的一个顶点向它的对边所在的直线引____，顶点和垂足之间的_____叫做这个三角形的高线，简称三角形的高

锐角三角形的三条高____，交点在三角形的____；
直角三角形的三条高____，交点与直角顶点____；
钝角三角形的三条高所在的____交于一点，交点在三角形的_____。

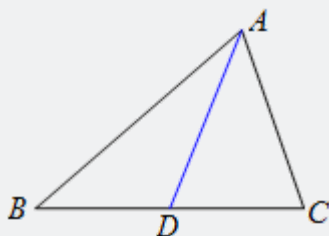
3. 三角形的角平分线

三角形的角平分线

定义：在三角形中，一个角的平分线与这个角的对边相交，这个角的顶点与交点之间的_____，叫做这个三角形的角平分线。

【重点强调】

- 1、三角形的三条重要线段：中线、高线、角平分线都是线段。
- 2、三角形的中线：连接三角形一个顶点和对边中点的线段叫做三角形的中线。
三角形中线平分三角形的面积：



证明：

$\because AD$ 是三角形 ABC 的中线，

$\therefore BD = CD$ ，

$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}BD \cdot h$ ， $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}DC \cdot h$

$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$

3、三角形的高线：由三角形的一个顶点向它的对边所在的直线引垂线，顶点和垂足之间的线段叫做这个三角形的高线，简称三角形的高。

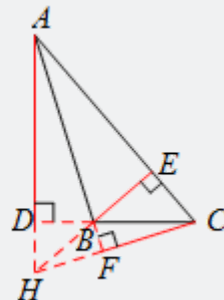
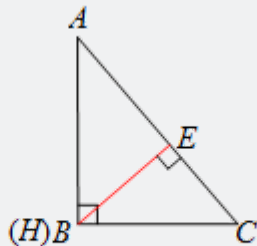
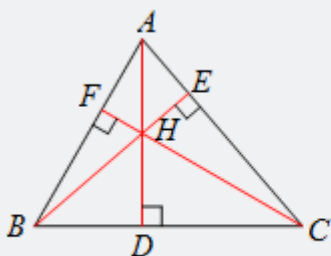
高的叙述方法：

(1) AD 是 $\triangle ABC$ 的高；

(2) $AD \perp BC$ ，垂足为 D ；

(3) D 点在 BC 上，且 $\angle BDA = \angle CDA = 90^\circ$ 。

不同三角形的高线

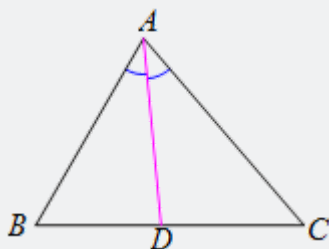


① 锐角三角形的三条高交于一点，交点在三角形的内部；

② 直角三角形的三条高交于一点，交点与直角顶点重合；

③ 钝角三角形的三条高所在的直线交于一点，交点在三角形的外部。

4、三角形的角平分线：在三角形中，一个角的平分线与这个角的对边相交，这个角的顶点与交点之间的线段，叫做这个三角形的角平分线。

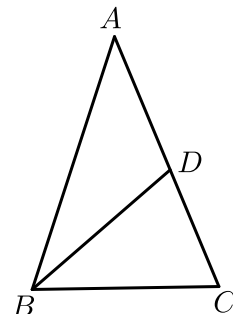


例题1

【知识点拨】

这部分内容讲解时一定要强调三角形的中线、高线、角平分线都是线段。中线这部分常利用平分三角形的面积这个性质考查某个图形的面积，求解时要充分利用好图中所有的顶点。高线这部分，画钝角三角形高的时候要注意进行延长，同时钝角三角形高线不相交，而是高所在的直线相交，三角形的高用来求解三角形的面积。角平分线这部分，注意好是线段，并且平分三角形内角。

1. 如图，已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的中线， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ， $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 的周长的差是（ ）。



A. 2

B. 3

C. 6

D. 不能确定

【答案】 A

【解析】 $\because BD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore AD = CD,$$

$\therefore \triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 的周长的差是

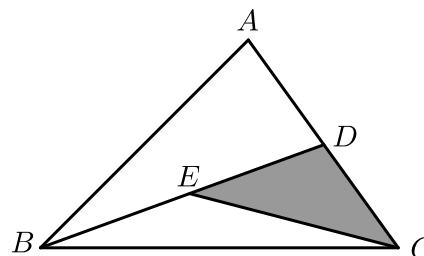
$$(AB + BD + AD) - (BC + BD + CD),$$

$$= AB - BC,$$

$$= 5 - 3 = 2.$$

【标注】【知识点】三角形中线与周长差问题

2. 如图， BD 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的中线，点 E 是 BD 的中点，若阴影部分的面积是1，那么 $\triangle ABC$ 的面积为 _____。



【答案】 4

【解析】 $\because$ 点 E 是 BD 的中点，

$$\therefore BE = DE,$$

$$\therefore S_{\triangle CBE} = S_{\triangle CDE} = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle CDB} = 2,$$

$$\therefore AD = DC,$$

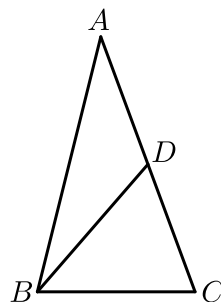
$$\therefore S_{\triangle ADB} = S_{\triangle BDC} = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 4.$$

【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

练习1

3. 如图，已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的中线， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ，且 $\triangle ABD$ 的周长为11，则 $\triangle BCD$ 的周长是（ ）。



A. 9

B. 14

C. 16

D. 无法确定

【答案】A

【解析】 $\because BD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore CD = AD.$$

$$\because \triangle ABD \text{ 周长为 } 11,$$

$$\therefore AB + BD + AD = 11,$$

$$\therefore AB + BD + CD = 11.$$

$$\because AB = 5,$$

$$\therefore BD + CD = 6.$$

$$\therefore C_{\triangle BCD} = BD + CD + BC,$$

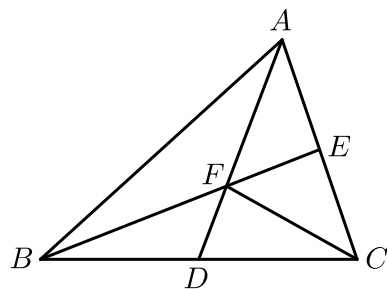
$$\text{又} \because BC = 3,$$

$$\therefore C_{\triangle BCD} = 6 + 3 = 9.$$

故选A.

【标注】【知识点】三角形中线与周长差问题

4. $\triangle ABC$ 的两条中线 AD 、 BE 交于点 F ，连接 CF ，若 $\triangle ABC$ 的面积为24，则 $\triangle ABF$ 的面积为（ ）。



A. 10

B. 8

C. 6

D. 4

【答案】B

【解析】 $\because AD$ 是中线，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}, S_{\triangle BDF} = S_{\triangle FDC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BDF} = S_{\triangle ADC} - S_{\triangle FDC},$$

$$\text{即 } S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ACF},$$

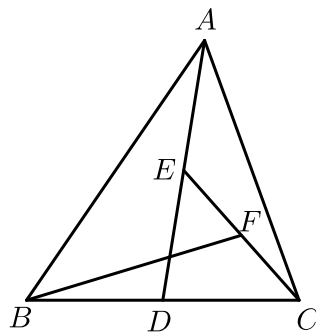
$$\text{同理得：} S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BFC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ACF} = S_{\triangle BFC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times 24 = 8.$$

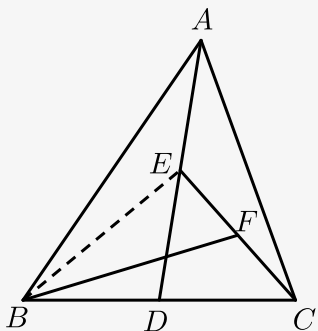
【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别为 BC 、 AD 、 CE 的中点。若 $S_{\triangle BFC} = 1$ ，则 $S_{\triangle ABC} =$ _____。



【答案】4

【解析】如图，连接 BE 。



$\because$ 点 D 、 E 分别为 BC 、 AC 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC},$$

$$S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC},$$

$$S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACD} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle CDE} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} + \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC},$$

$\because$ F 是 CE 的中点，

$$\therefore S_{\triangle BEF} = S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle BFC} : S_{\triangle ABC} = 1 : 4.$$

$$\because S_{\triangle BFC} = 1,$$

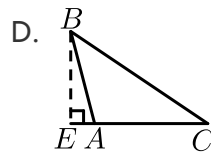
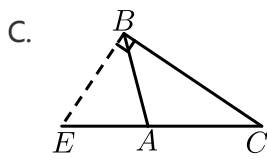
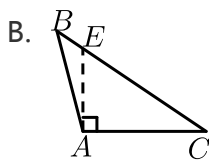
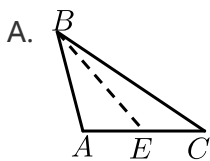
$$\therefore S_{\triangle ABC} = 4.$$

故答案为：4。

【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

|| 例题2

6. 下列各图中，正确画出 AC 边上的高的是（ ）。



【答案】D

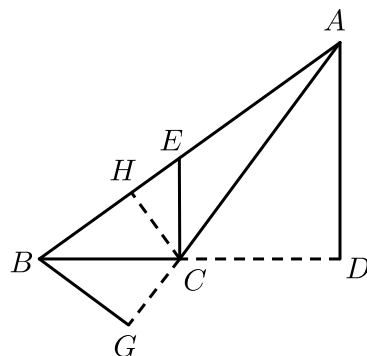
【解析】根据三角形高线的定义，只有D选项中的 BE 是边 AC 上的高。

故选D。

【标注】【知识点】判断三角形的高，中线和角平分线

练习2

7. 如图, $AD \perp BC$, $CE \perp BC$, $CH \perp AB$, $BG \perp AC$, 则在 $\triangle ABC$ 中, BC 边上的高是 ().



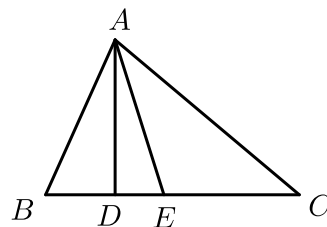
- A. 线段 CE B. 线段 CH C. 线段 AD D. 线段 BG

【答案】 C

【解析】 $\because AD \perp BC$,
 $\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\triangle ABC$ 边 BC 上的高为线段 AD .

【标注】 【知识点】作三角形的高, 中线和角平分线

8. 如图, 已知 AD 、 AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和中线, $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $\angle CAB = 90^\circ$, 试求:



- (1) AD 的长 .
 (2) $\triangle ABE$ 的面积 .

【答案】 (1) $AD = 4.8\text{cm}$

(2) $S_{\triangle ABE} = 12\text{cm}^2$

【解析】 (1) $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times BC \times AD$,
 $\therefore AD = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8\text{cm}$.

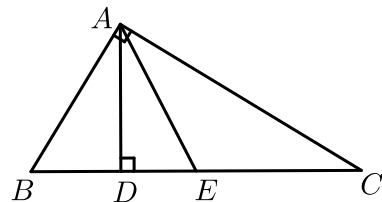
(2) $\because AE$ 是中线,
 $\therefore BE = \frac{1}{2} BC = 5\text{cm}$, $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times BE \times AD = \frac{1}{2} \times 5 \times 4.8 = 12\text{cm}^2$.

【标注】【知识点】判断三角形的高，中线和角平分线

【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

【知识点】直角三角形斜边中线性质的应用

9. 如图所示，已知 AD ， AE 分别是 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABC$ 的高和中线， $AB = 6\text{cm}$ ， $AC = 8\text{cm}$ ， $BC = 10\text{cm}$ ， $\angle CAB = 90^\circ$ 。



- (1) AD 的长。
(2) $\triangle ABE$ 的面积。
(3) $\triangle ACE$ 和 $\triangle ABE$ 的周长的差。

【答案】(1) 4.8cm 。

(2) 12cm^2 。

(3) 2cm 。

【解析】(1) $\because \angle BAC = 90^\circ$ ， AD 是边 BC 上的高，

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{2}AB \cdot AC &= \frac{1}{2}BC \cdot AD, \\ \therefore AD &= \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8\text{cm},\end{aligned}$$

即 AD 的长度为 4.8cm 。

(2) 如图， $\because \triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

$$AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2),$$

又 $\because AE$ 是边 BC 的中线，

$$\therefore BE = EC,$$

$$\therefore \frac{1}{2}BE \cdot AD = \frac{1}{2}EC \cdot AD, \text{ 即 } S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 12(\text{cm}^2),$$

$\therefore \triangle ABE$ 的面积是 12cm^2 。

(3) $\because AE$ 为 BC 边上的中线，

$$\therefore BE = CE,$$

$$\therefore \triangle ACE \text{的周长} - \triangle ABE \text{的周长} = AC + AE + CE - (AB + BE + AE)$$

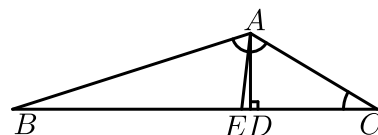
$$= AC - AB = 8 - 6 = 2(\text{cm}),$$

即 $\triangle ACE$ 和 $\triangle ABE$ 的周长的差是 2cm .

【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

|| 例题3

10. 如图, AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $AD \perp BC$ 于点 D , 若 $\angle BAC = 128^\circ$, $\angle C = 36^\circ$, $\angle DAE =$ _____ .



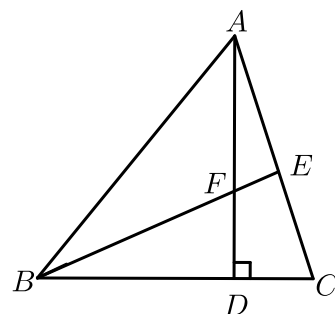
【答案】 10°

【解析】 $\because \angle BAC = 128^\circ$, AE 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore \angle BAE = \angle CAE = 64^\circ$,
 $\because AD \perp BC$,
 $\therefore \angle ADC = \angle ADE = 90^\circ$,
 $\because \angle C = 36^\circ$,
 $\therefore \angle DAC = 90^\circ - \angle C = 54^\circ$,
 $\therefore \angle DAE = \angle CAE - \angle DAC = 10^\circ$.
 故答案为: 10° .

【标注】【知识点】三角形中的角平分线应用

|| 练习3

11. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, BE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, BE , AD 相交于点 F , 若 $\angle BAD = 40^\circ$, 则 $\angle BFD =$ _____ (度) .



【答案】 65

【解析】 $\because AD$ 是高线 ,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAD = 40^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABC = 50^\circ ,$$

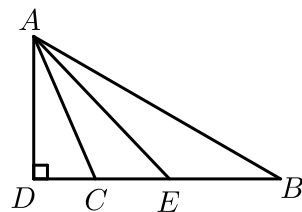
$\because BE$ 是角平分线 ,

$$\therefore \angle FBD = 25^\circ ,$$

$$\text{在} \triangle FBD \text{ 中, } \angle BFD = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ .$$

【标注】 【知识点】 角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

12. 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , $\angle B = 30^\circ$, $\angle ACB = 110^\circ$, AD 是 BC 边上的高 , AE 平分 $\angle BAC$, 求 $\angle DAE$ 的度数 .



【答案】 40° .

【解析】 $\because \angle B = 30^\circ$, $\angle ACB = 110^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ - 110^\circ = 40^\circ ,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ ,$$

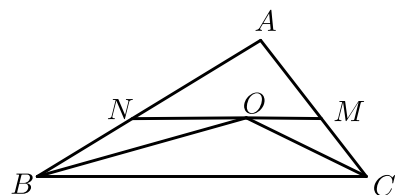
$\because \angle B = 30^\circ$, AD 是 BC 边上的高线 ,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAD - \angle BAE = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ .$$

【标注】 【知识点】 三角形-内角角分线

13. 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , BO 平分 $\angle CBA$, CO 平分 $\angle ACB$, MN 过 O 且 $MN \parallel BC$, 已知 $\triangle AMN$ 的周长为 54 , BC 的长为 24 , 求 $\triangle ABC$ 的周长 .



【答案】 78 .

【解析】 $\because BO$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle NBO = \angle OBC ,$$

$$\because MN \parallel BC ,$$

$$\therefore \angle NOB = \angle OBC = \angle NBO ,$$

$$\therefore NB = NO ,$$

$$\text{同理可得 } OM = MC ,$$

$$\begin{aligned} \text{则 } C_{\triangle ABC} &= AB + AC + BC \\ &= AB + NB + AM + MC + BC \\ &= AN + NO + OM + AM + BC \\ &= C_{\triangle AMN} + BC \\ &= 78 . \end{aligned}$$

【标注】【知识点】三角形的周长与面积问题

二、多边形及其内角和

多边形

定义：在平面内，由一些_____首尾顺次相接组成的_____图形叫做多边形

n 边形：如果一个多边形由_____条线段组成，那么这个多边形就叫做 n 边形，如三角形，四边形，五边形等，_____是最简单的多边形

内角：多边形_____组成的角叫做它的内角

外角：多边形的边与它的_____组成的角叫做多边形的外角。

对角线：连接多边形_____的_____顶点的_____叫做多边形的对角线。

从 n （ n 为不小于3的整数）边形的一个顶点可以引_____条对角线， n （ n 为不小于3的整数）边形共有_____条对角线。

凸多边形：画出多边形的任何一条边所在的直线，如果整个多边形都在这条直线的_____，那么这样的多边形叫做凸多边形。

n 边形内角和为_____

n 边形外角和为_____

正多边形：在平面内，各个_____都相等、各条_____都相等的多边形叫做正多边形。

正多边形的内角度数：_____

正多边形的外角度数：_____

【教法备注】

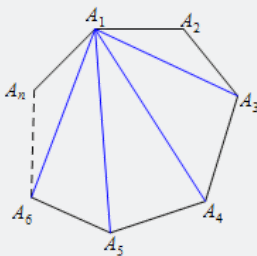
（1）多边形：在平面内，由一些线段首尾顺次相接组成的封闭图形叫做多边形；

（2） n 边形：如果一个多边形由 n 条线段组成，那么这个多边形就叫做 n 边形，如三角形，四边形，五边形， $\dots$ ，三角形是最简单的多边形；

（3）内角：多边形相邻两边组成的角叫做它的内角；

（4）外角：多边形的边与它的临边延长线组成的角叫做多边形的外角。

（5）对角线：连接多边形不相邻的两个顶点的线段叫做多边形的对角线。



对角线总结：

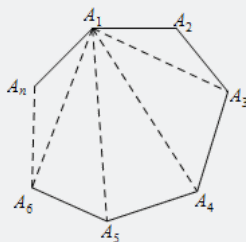
① 从 n (n 为不小于3的整数) 边形的一个顶点可以引 $(n - 3)$ 条对角线,

② n (n 为不小于3的整数) 边形共有 $\frac{n(n - 3)}{2}$ 条对角线.

这部分课上可以带学生画图进行规律探究; 总对角线条数这部分, 因为会出现 BA 、 AB 这种重复的情况, 所以要除以2.

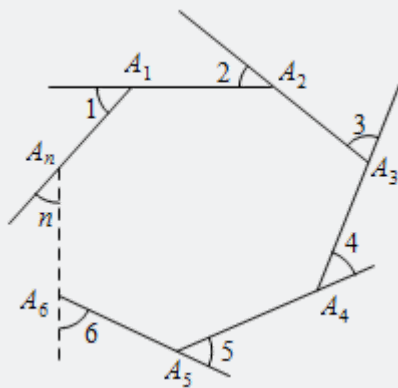
(6)凸多边形: 画出多边形的任何一条边所在的直线, 如果整个多边形都在这条直线的同一侧, 那么这样的多边形叫做凸多边形.

(7)从 n 边形的一个顶点出发, 可以作 $(n - 3)$ 条对角线, 它们将 n 边形分为 $(n - 2)$ 个三角形, 这 $(n - 2)$ 个三角形的内角和就是 n 边形的内角和, 所以 n 边形的内角和等于 $(n - 2) \times 180^\circ$.



(8) n 边形的外角和是 360° .

推导:



$$\angle 1 = 180^\circ - \angle A_n A_1 A_2;$$

$$\angle 2 = 180^\circ - \angle A_1 A_2 A_3;$$

$$\angle 3 = 180^\circ - \angle A_2 A_3 A_4;$$

...

$$\angle n = 180^\circ - \angle A_{n-1} A_n A_1;$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \cdots + \angle n = n \times 180^\circ - (n - 2) \times 180^\circ;$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \cdots + \angle n = 360^\circ.$$

(9)正多边形: 在平面内, 各个角都相等、各条边都相等的多边形叫做正多边形.

正多边形必须满足定义中的两个条件, 缺一不可. 如: 各边都相等的多边形不一定是正多边形 (如菱形); 各角都相等的多边形不一定是正多边形 (如矩形).

①正多边形的内角度数: $\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$.

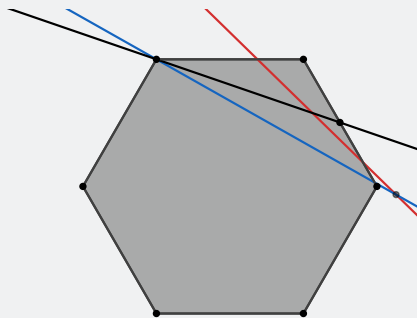
②正多边形的外角度数： $\frac{360^\circ}{n}$

例题4

【知识点拨】

多边形这部分，内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 一定要熟记，外角和 360° ；题中会考查不规则图形角度的大小，这部分就需要通过连线，将图形分为多个多边形，利用内角和公式进行求解。

n 边形对角线的公式在填空选择题中直接用就可以。该部分会考查截取一个对边形的一个内角，可以构成几边形： $n-1$ 、 n 、 $n+1$ 边形。



14. 一个多边形的内角和比它的外角和的3倍少 180° ，这个多边形的边数是（ ）。

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

【答案】C

【解析】设边数为 n ，

则内角和为 $180^\circ(n-2)$ ，

外角和 360° ，

$\therefore 180^\circ(n-2) + 180^\circ = 360^\circ \times 3$ ，

$n = 7$ 。

故答案为：7。

【标注】【知识点】多边形内外角综合应用

练习4

15. 若一个多边形的外角和与它的内角和相等，则这个多边形是（ ）。

A. 三角形

B. 四边形

C. 五边形

D. 六边形

【答案】B

【解析】多边形的外角和为 360° ，多边形的外角和与它的内角和相等，则内角和为 360° ，为四边形，
故选B．

【标注】【知识点】多边形内外角综合应用

16. 一个多边形的内角和是外角和的4倍，那么这个多边形是 _____ 边形．

【答案】十

【解析】设这个多边形的边数为 n ，则该多边形的内角和为 $(n-2) \times 180^\circ$ ，
依题意得 $(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ \times 4$ ，
解得 $n = 10$ ，
 $\therefore$ 这个多边形的边数是10．

【标注】【知识点】求多边形的内角和

|| 例题5

17. 如果一个多边形从一个顶点出发的对角线有7条，则这个多边形一共有（ ）条对角线．

A. 21

B. 35

C. 14

D. 44

【答案】B

【解析】由一个顶点出发的对角线条数为 $n-3$ ，
当 $n-3=7$ 时， $n=10$ ，
此时多边形为10边形，
由多边形对角线公式： $\frac{(n-3)n}{2}$ ，
则 $\frac{7 \times 10}{2} = 35$ 条．
故选B．

【标注】【知识点】求多边形边或对角线的数量

|| 练习5

18. 已知一个多边形的内角和与外角和的差为 1440° .

- (1) 求这个多边形的边数 .
(2) 求此多边形的对角线条数 .

【答案】 (1) 12 .

(2) 54 .

【解析】 (1) 设这个多边形的边数为 n ,

由题意得 , $(n - 2) \times 180^\circ - 360^\circ = 1440^\circ$,

解得 , $n = 12$,

答 : 这个多边形的边数为12 .

(2) 此多边形的对角线条数 $= \frac{1}{2} \times 12 \times (12 - 3) = 54$.

【标注】【知识点】正多边形边数

例题6

19. 一个多边形截去一个角后 , 形成新的多边形的内角和是 2520° , 则原多边形的边数为 () .

- A. 15或16 B. 17或18 C. 15 , 16或17 D. 17 , 18或19

【答案】 C

【解析】 设新多边形的边数是 n , 则 $(n - 2) \cdot 180^\circ = 2520^\circ$,

解得 $n = 16$,

$\therefore$ 截去一个角后的多边形与原多边形的边数可以相等 , 多1或少1 ,

$\therefore$ 原多边形的边数是15 , 16 , 17 ,

故选C .

【标注】【知识点】正多边形边数

练习6

20. 一个多边形截去一个角后 , 形成另一个多边形的内角和为 720° , 那么原多边形的边数为 _____ .

【答案】 5或6或7

【解析】 设内角和为 720° 的多边形的边数是 n , 则 $(n - 2) \cdot 180 = 720$,

解得： $n = 6$.

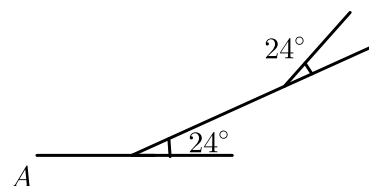
$\therefore$ 截去一个角后边数可能增加1，不变或减少1，

$\therefore$ 原多边形的边数为5或6或7 .

【标注】【知识点】多边形剪去一角

例题7

21. 如图所示，小华从A点出发，沿直线前进10米后左转 24° ，再沿直线前进10米，又向左转 24° ，...，照这样走下去，他第一次回到出发地A点时，一共走的路程是（ ） .



- A. 150米 B. 240米 C. 160米 D. 140米

【答案】 A

【解析】 由多边形外角和为 360° 可得： $\frac{360^\circ}{24} = 15$.

从而所走路程： $15 \times 10 = 150\text{m}$.

【标注】【知识点】正多边形边数

练习7

22. 若一个正多边形的每一个外角都是 40° ，则这个正多边形的内角和等于 _____ $^\circ$.

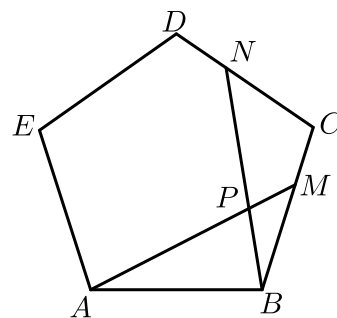
【答案】 1260

【解析】 多边形的边数： $360^\circ \div 40^\circ = 9$,

正多边形的内角和： $(9 - 2) \cdot 180^\circ = 1260^\circ$.

【标注】【知识点】多边形内外角综合应用

23. 如图，点M，N分别是正五边形ABCDE的边BC，CD上的点，且 $BM = CN$ ，AM交BN于点P，则 $\angle APN$ 的度数为（ ） .



A. 60°

B. 120°

C. 72°

D. 108°

【答案】 D

【解析】 $\because$ 正五边形 $ABCDE$,

$$\therefore AB = BC,$$

$$\angle ABM = \angle C,$$

$$\therefore BM = CN,$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle BCN (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle BAM = \angle CBN,$$

$$\therefore \angle BAM + \angle ABP = \angle APN,$$

$$\therefore \angle CBN + \angle ABP = \angle APN,$$

$$= \angle ABC = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ.$$

【标注】 【知识点】 SAS

24. 用一条宽相等的足够长的纸条，打一个结．如图1所示，然后轻轻拉紧、压平就可以得到如图2所示的正五边形 $ABCDE$ ，其中 $\angle BAC =$ _____ 度．



图1

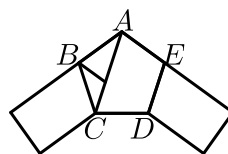


图2

【答案】 36

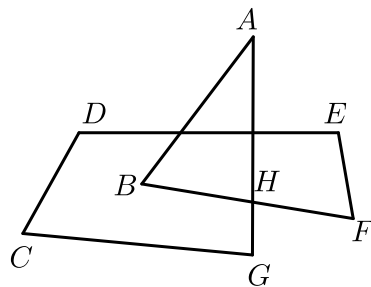
【解析】 $\because \angle ABC = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$ ， $\triangle ABC$ 是等腰三角形，

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ.$$

【标注】 【知识点】 求正多边形的内角

|| 例题8

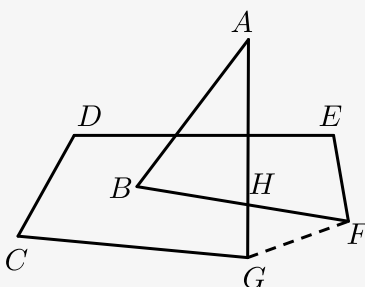
25. 如图所示，求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G$ 的度数。



【答案】 540° .

【解析】 连 GF ， $\because \angle AHB = \angle GHF$ ，

$\therefore$

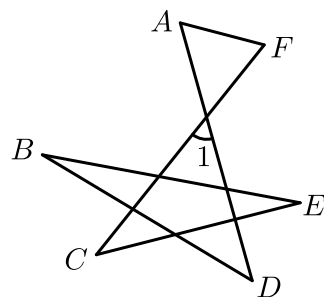


$$\begin{aligned}
 \angle A + \angle B &= \angle HGF + \angle HFG, \\
 \therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle EFB + \angle CGH \\
 &= \angle HGF + \angle HFG + \angle C + \angle D + \angle E + \angle EFB + \angle CGH \\
 &= \angle C + \angle D + \angle E + \angle EFG + \angle FGC \\
 &= (5 - 2) \times 180^\circ \\
 &= 540^\circ.
 \end{aligned}$$

【标注】 【知识点】 不规则图形的多角求和

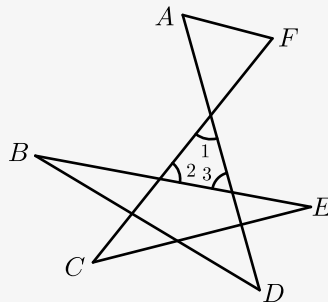
|| 练习8

26. 如图， $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = (\quad)$.



A. 240° B. 280° C. 360° D. 540° **【答案】** A

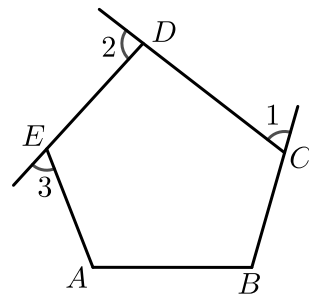
【解析】 $\because \angle 3 = \angle B + \angle D$,
 $\angle 2 = \angle C + \angle E$,



$$\begin{aligned}\angle 2 + \angle 3 &= 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ , \\ \therefore \angle B + \angle D + \angle C + \angle E &= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ , \\ \therefore \angle A + \angle F &= 180^\circ - \angle 1 = 120^\circ , \\ \therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F &= 120^\circ + 120^\circ = 240^\circ .\end{aligned}$$

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

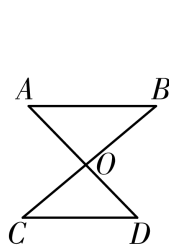
27. 如图, $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ 是五边形 $ABCDE$ 的 3 个外角, 若 $\angle EAB + \angle ABC = 220^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \underline{\quad\quad}^\circ$.

**【答案】** 220

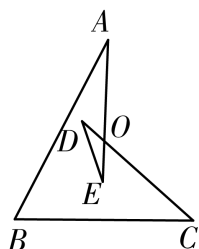
【解析】 n 边形外角和是 360° ,
 所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + (180^\circ - \angle A) + (180^\circ - \angle B) = 360^\circ$,
 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle A + \angle B = 220^\circ$.

【标注】【知识点】求多边形的内角和

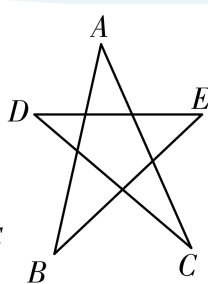
28. 如图(1)所示, 称“对顶三角形”, 其中, $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$, 利用这个结论, 完成下列填空.



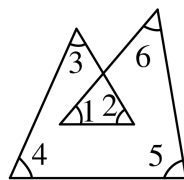
(1)



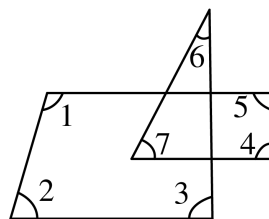
(2)



(3)



(4)



(5)

(1) 如图(2) , $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 如图(3) , $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 如图(4) , $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 如图(5) , $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 (1) 180°

(2) 180°

(3) 360°

(4) 540°

【解析】 (1) 如图所示, 作出相应的辅助线,

如图(2), 由 $\angle D + \angle E + \angle DOE = \angle 1 + \angle 2 + \angle AOC$, 且 $\angle DOE = \angle AOC$

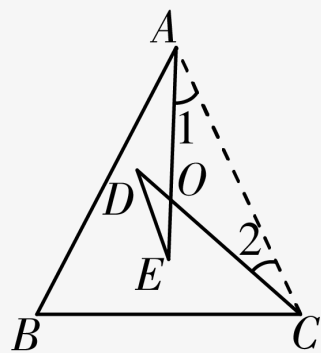
,

$\therefore \angle D + \angle E = \angle 1 + \angle 2$,

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$,

$\therefore \angle BAO + \angle B + \angle OCB + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 即

$\angle BAO + \angle B + \angle OCB + \angle D + \angle E = 180^\circ$.



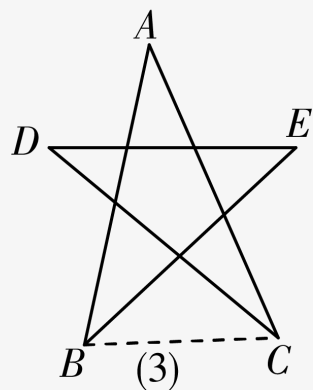
(2)

(2) 如图(3) , 同理得到 $\angle D + \angle E = \angle DCB + \angle EBC$,

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle ABE + \angle EBC + \angle ACD + \angle DCB = 180^\circ$,

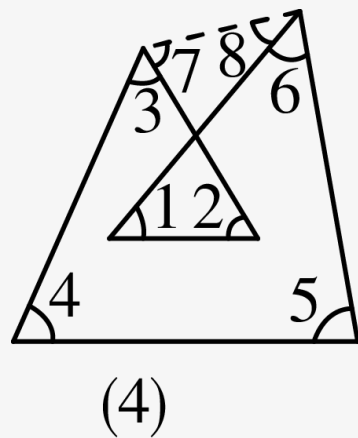
即 $\angle A + \angle ABE + \angle D + \angle E + \angle ACD = 180^\circ$.



(3) 如图(4), 同理得到 $\angle 7 + \angle 8 = \angle 1 + \angle 2$,

由四边形内角和定理得到: $\angle 3 + \angle 7 + \angle 8 + \angle 6 + \angle 5 + \angle 4 = 360^\circ$,

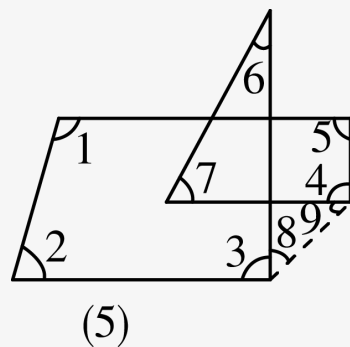
$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$.



(4) 如图(5), 同理得到 $\angle 6 + \angle 7 = \angle 8 + \angle 9$,

由五边形内角和定理得: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 8 + \angle 9 + \angle 4 + \angle 5 = 540^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 = 540^\circ$.



【标注】【知识点】不规则图形的多角求和